

# Simulation d'écoulements viscoplastiques à surface libre avec transition fluide/solide, application aux écoulements géophysiques

Christelle Lusso

lussoc@lmd.ens.fr

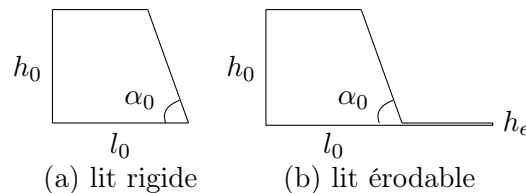
Nous considérons l'écoulement bidimensionnel d'un fluide incompressible à surface libre décrit par les équations de Navier–Stokes incompressibles et la loi rhéologique viscoplastique de Drucker–Prager [2] :

$$\begin{cases} \partial_t u + u \cdot \nabla u + \operatorname{div} \sigma = f, & \operatorname{div} u = 0, \\ \sigma = p \operatorname{Id} - \nu D u - k \frac{D u}{\|D u\|}, & D u = \frac{\nabla u + (\nabla u)^t}{2}, \\ k = \sqrt{2} \lambda [p]_+, \end{cases}$$

avec  $u$  la vitesse,  $f$  les forces volumiques (la gravité),  $p$  la pression,  $\nu$  la viscosité,  $k$  la plasticité et  $\lambda$  un coefficient de friction interne.

La loi de comportement viscoplastique est régularisée par  $\epsilon > 0$ , et la résolution numérique est basée sur une discrétisation en espace par éléments finis mixtes  $\mathbb{P}_2/\mathbb{P}_1$ , avec un schéma d'Euler implicite pour la discrétisation en temps. Nous utilisons la méthode ALE pour effectuer le mouvement de maillage.

Nous validons notre approche en considérant un écoulement uniforme [4]. Ensuite, dans le cadre d'une application aux écoulements géophysiques, nous considérons la configuration d'une masse granulaire s'effondrant sur un plan horizontal. Nous comparons nos résultats numériques à ceux obtenus par une formulation Lagrangien augmenté (géométrie (a)), et aux résultats d'expériences en laboratoire [3]. Enfin, nous simulons le processus d'érosion en considérant la géométrie (b) :



Nos résultats démontrent que la méthode de régularisation est fiable dans le contexte des écoulements granulaires à surface libre, tout en réalisant une économie importante en temps de calcul par rapport à la méthode du Lagrangien augmenté [1].

## Références

- [1] D. Bresch, E.D. Fernandez-Nieto, I. Ionescu, P. Vigneaux, *Augmented Lagrangian method and compressible visco-plastic flows : applications to shallow dense avalanches*, New directions in mathematical fluid mechanics, 57-89, Adv. Math. Fluid Mech., Birkhauser Verlag, Basel, 2010.
- [2] D.C. Drucker, W. Prager, *Soil mechanics and plastic analysis or limit design*, Quarterly of Applied Mathematics 10, 157-165.
- [3] M. Farin, A. Mangeney, O. Roche, *Fundamental changes of granular flow dynamics, deposition, and erosion processes at high slope angles : Insights from laboratory experiments*, J. Geophys. Res. Earth Surf. 119 (2014) 504-532.
- [4] C. Lusso, A. Ern, F. Bouchut, A. Mangeney, Maxime Farin, O. Roche *Two-dimensional simulation by regularization of free surface viscoplastic flows with Drucker–Prager yield stress, and application to granular collapse*, 2015.